

Paretův-Zipfův zákon, omezenost zdrojů a globalizace

Jiří Nečas, FIS VŠE Praha

Při různých příležitostech se setkáváme se soubory různě velkých objektů: obce ve vybraném státě mají různý počet obyvatel, lidé mají různě velký příjem či obecněji jsou různě bohatí, slova v jazyce mají různou frekvenci. Přitom je zcela přirozené neočekávat v takovém souboru rovnoměrné rozložení velikosti – menších obcí je více než větších, méně frekventovaných slov v jazyce je více než hodně frekventovaných atd. Můžeme se ptát, čím je přirozené rozložení velikostí v takovýchto případech charakterizováno. G. K. Zipf¹ se touto otázkou zabýval v souvislosti s frekvencí slov v jazyce; jeho úvahy velice úzce korespondují s Paretovým² pozorováním rozložení bohatství ve společnosti.

Zipfův zákon říká, že v souboru objektů uspořádatelných a uspořádaných podle velikosti (tj. podle vhodné kvantitativní charakteristiky) mezi velikostí s (size) a pořadím r (rank) přibližně platí vztah

$$r \cdot s = \text{konst.} \quad (1)$$

V literatuře se setkáváme s určitými zobecněními zákona (1), např.

$$r \cdot s^b = \text{konst.}, \quad (2)$$

popř.

$$(r + m) \cdot s^b = \text{konst.}, \quad (3)$$

kde m a b jsou empiricky určené reálné konstanty, $m > 0$, b se neliší mnoho od 1. Zobecnění (3) se zpravidla nazývá **Zipfův – Mandelbrotův**³ zákon. Ve všech uvedených případech je velikost s konvexní funkcí pořadí r .

Zipfův zákon ve tvaru (1) lze odvodit z určitých předpokladů, které však oproti realitě představují značnou idealizaci. Studium různých souborů, jichž se Zipfův zákon týká, ukazuje, že shoda bývá jen částečná, resp. přibližná. Se Zipfovým zákonem souvisí řada filozoficko-metodologických otázek. Zipfův zákon např. neumožňuje v

úvahách nahradit rozsáhlé konečné soubory soubory spočetně nekonečnými⁴. Další vlastností Zipfova zákona, která bývá terčem kritiky, se bude tento článek podrobněji zabývat. Oč jde, ukazuje následující jednoduchý příklad.

Mějme dva čtyřprvkové soubory dokonale Zipfovu zákonu vyhovující; v prvním nechť jsou objekty o velikostech

$$60, 30, 20, 15, \quad (4)$$

ve druhém pak o velikostech

$$36, 18, 12, 9. \quad (5)$$

Jestliže dojde k jejich sloučení do jednoho souboru, vznikne soubor objektů o velikostech (při sestupném uspořádání)

$$60, 36, 30, 20, 18, 15, 12, 9, \quad (6)$$

zatímco při zachování celkového součtu všech velikostí by Zipfovu zákonu odpovídaly hodnoty

$$73,6, 36,8, 24,5, 18,4, 14,7, 12,3, 10,5, 9,2. \quad (7)$$

Platí-li Zipfův zákon, pak v popisovaném případě není přípustné jej místo dvou samostatných souborů aplikovat na jejich formální sjednocení⁵. Proč by však první pohled (vnímání dvou samostatných celků) měl být legitimnější než pohled druhý (vnímání sjednocení jako celku)? Takovouto námitku nelze přehlížet. Přesto by bylo ochuzením na jejím základě Zipfův zákon prostě odmítnout. Lze jej totiž chápat jako vyjádření *přirozeného rozložení velikosti* objektů v konečném nerozděleném souboru⁶; rozložení je tedy nejpřirozenější, je-li velikost n -tého objektu (v uspořádání podle velikosti) jednou n -tinou velikosti objektu největšího. Mluvíme-li o "přirozeném" rozložení, můžeme pak mluvit i o tom, co je "přirozený" celek.⁷

Vraťme se ještě k výše uvedenému příkladu dvou čtyřprvkových souborů. Dívejme se na ně jako na jeden formálně vytvořený osmiprvkový celek s velikostmi (6) – promítá se do něho jakási bariéra oddělující dva samostatné podsoubory. Pro tento osmiprvkový celek jsou charakteristické hodnoty:

Aritmetický průměr: 25,0

Geometrický průměr: 21,0

Směrodatná odchylka: 15,7

Uvažujme nyní, že při zachování celkové velikosti bariéra mezi podsoubory zmizí a velikosti jednotlivých entit se budou měnit a směřovat k "přirozenému" rozložení, kdy tento osmiprvkový soubor bude odpovídat Zipfovou zákonu, a tedy objekty budou mít velikosti (7). Pak podle předpokladu aritmetický průměr zůstane beze změny, avšak další sledované charakteristiky se změní:

Geometrický průměr: 20,2

Směrodatná odchylka: 19,5

Geometrický průměr se zmenšil (rozdíl je malý, což souvisí s tím, že pracujeme s máloprvkovými soubory), směrodatná odchylka vzrostla.

Původně uvažované hodnoty odpovídaly situaci, kdy osm sledovaných objektů vykazovalo velikosti odpovídající rozložení do dvou samostatných souborů, změněné hodnoty pak velikostem po odstranění bariéry mezi těmito soubory. To, co demonstruje uvedený příklad, platí pro zipfovské rozložení obecně: Jestliže po spojení souborů (po odstranění existujících bariér mezi nimi) dojde k přerozdělení velikostí objektů tak, aby odpovídalo přirozenému rozložení, pak za předpokladu nezměněného aritmetického průměru (tj. za předpokladu nezměněného součtu velikostí) se zmenší geometrický průměr a zvětší se směrodatná odchylka.

Tedy při zachování celkového součtu velikostí (resp. jejich aritmetického průměru) odstraňování bariér vede ke zmenšení geometrického průměru a ke zvětšení směrodatné odchylky. Dnes jsme svědky mizení ekonomických bariér; platí to nejen o EU, nýbrž ve značné míře o celém světě, jehož se týká proces globalizace. S tím přirozeně dochází ke změnám v přirozeném rozložení bohatství. Výše naznačený zipfovsko-pareto-vský model je pro tyto procesy velmi silnou idealizací, nicméně aspoň v určité míře, více méně kvalitativně lze jeho závěry na současné politicko-ekonomické procesy aplikovat. Integrační procesy (odstraňování bariér) tak znamenají bohatnutí bohatých, chudnutí chudých (důsledek růstu směrodatné odchylky bohatství) a konec konců i snížení průměrné

vnímané hodnoty bohatství (zmenšování geometrického průměru; viz Nečas 2006).

Takovéto závěry se výrazně liší od toho, co se od ekonomické integrace očekává, totiž že integrační procesy vedou k ekonomickému růstu. V tom případě by ovšem nebyl splněn předpoklad nezměněného úhrnného bohatství, který je pro veškeré výše uvedené úvahy podstatný; uvedená tvrzení by pak byla irelevantní či neoprávněná. Nicméně od vydání Meadowsových Mezí růstu je známou skutečností, že přírodní zdroje jsou omezené (a jejich meze nejen nejsou v nedohlednu, nýbrž zřejmě místy již došlo k jejich překročení), a tedy přinejmenším pokud jde o tu část bohatství, která je dána přírodními zdroji, je předpoklad konstantnosti součtu při přesunech v rozdělení opodstatněný. Extenzivní růst bohatství není trvale možný, a pokud někde probíhá, děje se tak na úkor někoho jiného (zpravidla na úkor příštích generací). A tak je třeba počítat s tím, že bez vhodné racionální regulace (která vlastně z hlediska přirozených tendencí k zipfovskému rozložení znamená určité umělé vytvoření bariér) by integrační procesy mohly mít zmíněné nepříjemné sociální dopady.

Globalizace je skutečností, pro niž se nevyslovujeme v referendu ani se pro ni nějakým jiným způsobem nerozhodujeme; prostě s ní musíme počítat. Evropská integrace je z mnoha důvodů dobrá a žádoucí. Spontánní tendence k "přirozenému" rozložení bohatství se zmíněnými nepříjemnými důsledky by měla být kompenzována vhodnou regulací. Nemuselo byt jít o nové vytváření celních a legislativních bariér. Významnou roli zde může sehrát především doprava a její začlenění do politicko-ekonomicko-sociálního systému. V současném světě je subvencována z celospolečenských zdrojů, a to jak v oblasti infrastruktury, tak i v oblasti provozu, jehož externí náklady (zatížení prostředí) jsou do ceny započítávány jen z malé části, a tak doprava do značné míry probíhá za cenu trvalého poškozování planety Země. Adekvátní promítnutí externích nákladů do ceny dopravy by v globalizovaném světě vytvořilo přirozenou a užitečnou "bariéru"; kromě potlačení zmíněných negativních sociálních důsledků integračních procesů by mělo příznivý dopad na životní prostředí a přispělo by tak k předání Země příštím generacím v aspoň o trochu lepším stavu. Zvýšení ceny dopravy by znamenalo přínos pro státní

rozpočet a při celkové fiskální neutralitě by umožnilo snížit přímé daně, což by mělo známý příznivý dopad na zaměstnanost.

Úvahy o možných spontánních přesunech v přirozeném zipfovském rozložení hodnot bohatství potvrzují nutnost sledovat ekonomické procesy a začleňovat do nich vhodné řídicí prvky tak, aby byly sociálně a ekologicky únosné. Hledání a vytváření takovýchto regulačních prvků a jejich zavádění do praxe je důležitým úkolem, který zaslouží náležitou pozornost.

Literatura

Adamic, L.A.: Zipf, Power-laws, and Pareto - a ranking tutorial. Information Dynamics Lab, HP Labs, Palo Alto, CA 94304
(<http://www.hpl.hp.com/research/idl/papers/ranking/ranking.html>)

Andrle, A.: Ke koncepci osídlení České republiky. Veřejná správa, 20, 2000 (příloha)

Guiter, H. - Arapov, M.V.: Studies on Zipf's Law. Bochum, Brockmayer 1982

Hill, Bruce M.: A Theoretical Derivation of the Zipf (Pareto) Law. In: *Guiter, H. - Arapov, M.V.: Studies on Zipf's Law.* Bochum, Brockmayer 1982

Meadows, D.H. - Meadows, D.L. - Randers, J. - Behrens, W.W.III: The Limits to Growth. New York, The New American Library 1972

Nečas, J.: Malé zamyšlení nad sdílením božích darů. Česká metanoia, 18, 1998, s.49-53

Nečas, J. Petrohradský paradox a rovná daň. PE 2006, č. 1

Pareto, V.: Sociological Writings. Selected and introduced by S.E.Finer. Translated by Dereck Mirfin. London, Pall Mall Press 1966

Pareto, V.: Course d'Economie Politique. Lausanne 1896

Rapoport, Anatol: Zipf's Law Re-visited. In: *Guiter, H. - Arapov, M.V.: Studies on Zipf's Law.* Bochum, Brockmayer 1982

Sawant, V.: Zipf's Law, Zipf Distribution: An Introduction.
<http://www.cs.unc.edu/~vivek/home/stenopedia/zipf/>

Poznámky

1 George Kingsley Zipf (1902-1950), profesor lingvistiky na Harvardově univerzitě

2 Vilfredo Pareto (1848-1923), významný italský ekonom, sociolog, politolog a statistik

3 Benoit Mandelbrot (nar. 1924 ve Varšavě, vystudoval Ecole Polytechnique v Paříži), zakladatel teorie fraktálů

4 Plyne to ze skutečnosti, že harmonická řada je divergentní; zmíněné omezení proto neplatí při použití zákona ve tvaru (2) nebo (3) při $b > 1$.

5 Zipfův zákon tedy není kompatibilní s principem superpozice.

6 Další úvahy budeme pro jednoduchost vztahovat jen na Zipfův zákon ve tvaru (1).

7 Jako příklad "nepřirozeného" celku uvedme soubor měst v Rakousku. Města porovnáváme podle počtu obyvatel v rámci státu. Podíváme-li se na údaje o počtu obyvatel největších rakouských měst, je nápadné výrazné "vyčnívání" Vídně; lze je vysvětlit ještě jako relikv z dob, kdy státem byla Rakousko-Uherská monarchie. Pro normálně se vyvíjející velikosti měst v rámci státu je podíl počtu obyvatel největší Vídně (1,6 mln.) a druhého největšího Štýrského Hradce (226 tis.) nepřirozený. K výraznějším přirozeným "zipfovskému" pohybu obyvatel po rozpadu Monarchie tedy v Rakousku zřejmě dosud nedošlo.