MUNDUS SYMBOLICUS 18 (2010)

Ohlédnutí za letošním Wimbledonem

Jiří Nečas

Abstract. *Looking back to this year's Wimbledon.* In the Wimbledon Championships this year, the 138 games long fifth set in the match Isner - Mahut created a sensation. This article was motivated by this unusual event and is discussing the probability distribution of the length of a tennis set (without tie-breaks) under certain simplifying assumptions. Finally, it addresses the question of such an unlikely phenomenon in the context of more than 130 years long history of Wimbledon Championships.

Úvod

Zatímco v naší škole probíhal poslední týden letošního (2010) letního zkouškového období, došlo v jihozápadní londýnské periferii Wimbledonu k senzačnímu rekordu: Američan John Isner zvítězil nad Francouzem Nicolase Mahutem v pětisetovém zápase, přičemž pátý, rozhodující set, hraný klasicky na rozdíl minimálně dvou gemů (tedy bez "tie-breaků"), dopadl 70:68, tedy měl celkem 138 gemů a hrál se přes jedenáct hodin ve třech kalendářních dnech. Jde beze sporu o velmi řídký jev. Přitom se celkem přirozeně nabízí otázka, jak vlastně vypadá rozložení pravděpodobnosti délky tenisového setu (vyjádřené počtem gemů) při dodržení požadavku, že vítěz setu musí vyhrát aspoň o dva gemy více než poražený. Nemajíce k dispozici další informaci budeme nejdříve uvažovat, že v každém gemu je pravděpodobnost vítězství každého z obou hráčů táž (případ 1), a potom úvahu poněkud zobecníme dvojím směrem; nejdříve budeme uvažovat, že jeden z hráčů (označme ho A) má v každém gemu pravděpodobnost výhry p ($0,5 \leq p \leq 1$) a druhý $q = 1 - p$ (případ 2), a konečně se vrátíme k předpokladu, že jsou hráči stejně dobří, nicméně pravděpodobnost, že gem vyhraje podávající, je p ($0,5 \leq p \leq 1$), pravděpodobnost výhry přijímajícího je pak $q = 1 - p$ (případ 3).

Pro čtenáře neznalého tenisových pravidel poznamenejme, že tenisový zápas je tvořen sety (sadami). Muži hrají zpravidla na tři, ženy na dva vítězné sety. Každý set se skládá z gemů (her), gem má také svou strukturu, jíž se však zabývat nemusíme. Během gemu má jeden z hráčů podání (servis), které bývá výhodou. Role podávajícího a přijímajícího se po skončení každého gemu v rámci setu vymění. Každý gem vyhraje jeden z hráčů ("nerozhodně" v tenise neexistuje). Set končí, pokud jeden z hráčů vyhrál 6 gemů. Může se však požadovat podmínka rozdílu minimálně dvou gemů. Set tak může skončit 6:0, 6:1, 6:2, 6:3, 6:4, avšak nikoli už 6:5. Jakmile projde stavem 5:5, je zřejmé, že se bude "prodlužovat" tak, že konečný stav může být 7:5, 8:6, 9:7, ..., 70:68, ... (někdy se prodlužování omezuje tzv. "tie-breaky", např. tak, že za stavu 7:6 set končí; zde se budeme věnovat setu bez těchto "tie-breaků", jakým byl poslední setu zápasu Isnera s Mahutem). Délky setů tak mohou nabývat hodnot 6, 7, 8, 9, 10, 12, 14, 16, ..., 138, ..., Délka setu je tak náhodná veličina, jejímuž rozložení ve výše uvedených případech se budeme v tomto článku věnovat. Na připomenutí rekordně dlouhého wimbledonského zápasu je nazvěme *wimbledonským rozložením*; v případech 1, 2 a 3 budeme po řadě hovořit o *wimbledonském rozložení typu 1, 2 a 3*. U wimbledonského rozložení typu 2 a 3 je p parametrem rozložení. Z pravidla o ukončení setu plyne, že nenulovou pravděpodobnost mají liché hodnoty 7, 9 a všechny sudé hodnoty větší nebo rovné 6.

Pro kombinační čísla budeme používat funkční zápis $\mathbf{C}(r, s)$, tedy

$$\mathbf{C}(r, s) = \binom{r}{s} = \frac{r!}{s!.(r-s)!}$$

Případ 1

Pravděpodobnost, že set skončí vítězstvím hráče A s výsledkem 6:m (m = 0, 1, 2, 3, 4), je

$$\mathbf{C}(5+m, m)/2^{6+m} \tag{1.1}$$

Táž je i pravděpodobnost, že set skončí vítězstvím hráče B s výsledkem 6:m.

Pravděpodobnost, že set projde stavem 5:5, a tedy se bude prodlužovat, je

$$\mathbf{C}(10, 5)/2^{10} = 0{,}2461 \tag{1.2}$$

Označme délku setu (tedy počet gemů v setu) n a její pravděpodobnost P_n. Pro případ neprodlužovaného setu, tedy pro n = 6, 7, 8, 9, 10, z (1.1) s použitím posunutí n = 6 + m dostaneme

$$P_n = \mathbf{C}(n\text{-}1,\ n\text{-}6)/2^{n-1}. \tag{1.3}$$

Pokud se set prodlužuje, je pravděpodobnost, že se ze stavu 5:5 bude prodlužovat právě o $n = 2k$ gemů, rovna

$$P_{\mathrm{prodl},2k} = 1/2^k. \tag{1.4}$$

Pravděpodobnost, že délka setu bude n (n = 12, 14, 16, ...), je tak podle (1.2) a (1.4)

$$P_n = \mathbf{C}(10, 5)/2^{10+k} = \mathbf{C}(10, 5)/2^{5+n/2}, \tag{1.5}$$

přičemž $n = 10 + 2k$.

Wimbledonské pravděpodobnosti P_n v tomto případě vyjadřuje tabulka 1.

Pro wimbledonské rozložení typu 1 platí:

Střední hodnota:	10,031
Rozptyl:	8,124
Směrodatná odchylka:	2,850
Modus:	10
Medián:	9
99-procentní kvantil:	20
99,9-procentní kvantil:	26

Tabulka 1

n	P_n	n	P_n	n	P_n
6	0,03125	68	4,5839E-10	136	2,6682E-20
7	0,09375	70	2,2919E-10	138	1,3341E-20
8	0,1640625	72	1,146E-10	140	6,6704E-21
9	0,21875	74	5,7298E-11	142	3,3352E-21
10	0,2460938	76	2,8649E-11	144	1,6676E-21
12	0,1230469	78	1,4325E-11	146	8,338E-22
14	0,0615234	80	7,1623E-12	148	4,169E-22
16	0,0307617	82	3,5811E-12	150	2,0845E-22
18	0,0153809	84	1,7906E-12	152	1,0422E-22
20	0,0076904	86	8,9528E-13	154	5,2112E-23
22	0,0038452	88	4,4764E-13	156	2,6056E-23
24	0,0019226	90	2,2382E-13	158	1,3028E-23
26	0,0009613	92	1,1191E-13	160	6,514E-24
28	0,0004807	94	5,5955E-14	162	3,257E-24
30	0,0002403	96	2,7978E-14	164	1,6285E-24
32	0,0001202	98	1,3989E-14	166	8,1426E-25
34	6,008E-05	100	6,9944E-15	168	4,0713E-25
36	3,004E-05	102	3,4972E-15	170	2,0356E-25
38	1,502E-05	104	1,7486E-15	172	1,0178E-25
40	7,51E-06	106	8,743E-16	174	5,0891E-26
42	3,755E-06	108	4,3715E-16	176	2,5445E-26
44	1,878E-06	110	2,1858E-16	178	1,2723E-26
46	9,388E-07	112	1,0929E-16	180	6,3614E-27
48	4,694E-07	114	5,4644E-17	182	3,1807E-27
50	2,347E-07	116	2,7322E-17	184	1,5903E-27
52	1,173E-07	118	1,3661E-17	186	7,9517E-28
54	5,867E-08	120	6,8305E-18	188	3,9759E-28
56	2,934E-08	122	3,4152E-18	190	1,9879E-28
58	1,467E-08	124	1,7076E-18	192	9,9396E-29
60	7,334E-09	126	8,5381E-19	194	4,9698E-29
62	3,667E-09	128	4,269E-19	196	2,4849E-29
64	1,834E-09	130	2,1345E-19	198	1,2425E-29
66	9,168E-10	132	1,0673E-19	200	6,2123E-30
		134	5,3363E-20		

Pro zajímavost v souvislosti se slavným zápasem Isnera s Mahutem uveďme, že za předpokladů případu 1 pravděpodobnost $P_{>100}$ délky setu přes 100 gemů je přibližně $3{,}5.10^{-15}$.

Případ 2

Pravděpodobnost, že set skončí vítězstvím hráče A s výsledkem 6:m (m = 0, 1, 2, 3, 4), je

$$\mathbf{C}(5+m,\ m).p^6q^m \tag{2.1a}$$

Obdobně, pravděpodobnost, že set skončí vítězstvím hráče B s výsledkem 6:m (m = 0, 1, 2, 3, 4), je

$$\mathbf{C}(5+m,\ m).p^mq^6 \tag{2.1b}$$

Pravděpodobnost, že set projde stavem 5:5, a tedy se bude prodlužovat, je

$$\mathbf{C}(10,\ 5).p^5q^5 = \mathbf{C}(10,\ 5).p^5(1\text{-}p)^5 \tag{2.2}$$

Poznamenejme, že pro p z intervalu <0,5, 1> je tato hodnota *maximální* právě pro p = 0,5, což odpovídá případu 1 (a odpovídá to přirozené skutečnosti, že pravděpodobnost prodlužování je největší, jsou-li soupeři "stejně dobří")

Označme opět délku setu n a její pravděpodobnost P_n.

Pro případ neprodlužovaného setu, tedy pro n = 6, 7, 8, 9, 10, z (2.1) a (2.2) s použitím posunutí $n = 6 + m$ dostaneme

$$\mathrm{P}_n = \mathbf{C}(n\text{-}1,\ n\text{-}6)\ .\ (p^6q^m + p^mq^6) \tag{2.3}$$

Pokud se set prodlužuje, je pravděpodobnost, že se ze stavu 5:5 bude prodlužovat právě o $n = 2k$ gemů, rovna

$$\mathrm{P}_{\mathrm{prodl},2k} = (2pq)^{k\text{-}1}(p^2 + q^2) \tag{2.4}$$

Z (2.2) a (2.4) plyne, že pro n = 12, 14, 16, ... je tak pravděpodobnost délky setu n gemů rovna

$$\mathrm{P}_n = \mathbf{C}(10,\ 5).2^{k\text{-}1}p^{4+k}q^{4+k}(p^2 + q^2) \tag{2.5}$$

přičemž $n = 10 + 2k$.

Wimbledonské pravděpodobnosti P_n pro případ 2 pro p=0,6 a p=0,9 vyjadřuje tabulka 2. Pokud p=0,5, přechází případ 2 v případ 1.

Pro wimbledonské rozložení typu 2 s parametrem p=0,6 platí:

Střední hodnota:	9,596
Rozptyl:	7,750
Směrodatná odchylka:	2,784
Modus:	10
Medián:	8,6
99-procentní kvantil:	20
99,9-procentní kvantil:	26

Tabulka 2

	p=0,6	p=0,9
n	P_n	P_n
6	0,050752	0,531442
7	0,12672	0,31887
8	0,18772992	0,11161962
9	0,21676032	0,02980152
10	0,217379635	0,006778825
12	0,104342225	0,001220189
14	0,050084268	0,000219634
16	0,024040449	3,95341E-05
18	0,011539415	7,11614E-06
20	0,005538919	1,28091E-06
22	0,002658681	2,30563E-07
24	0,001276167	4,15013E-08
26	0,00061256	7,47024E-09
28	0,000294029	1,34464E-09
30	0,000141134	2,42036E-10
32	6,77443E-05	4,35664E-11
34	3,25172E-05	7,84196E-12
36	1,56083E-05	1,41155E-12
38	7,49197E-06	2,54079E-13
40	3,59615E-06	4,57343E-14
42	1,72615E-06	8,23217E-15
44	8,28552E-07	1,48179E-15
46	3,97705E-07	2,66722E-16
48	1,90898E-07	4,801E-17
50	9,16312E-08	8,64181E-18
52	4,3983E-08	1,55553E-18
54	2,11118E-08	2,79995E-19
56	1,01337E-08	5,0399E-20
58	4,86417E-09	9,07182E-21
60	2,3348E-09	1,63293E-21
62	1,1207E-09	2,93927E-22
64	5,37938E-10	5,29069E-23
66	2,5821E-10	9,52324E-24
68	1,23941E-10	1,71418E-24
70	5,94916E-11	3,08553E-25
72	2,8556E-11	5,55395E-26
74	1,37069E-11	9,99711E-27

	p=0,6	p=0,9
n	P_n	P_n
76	6,5793E-12	1,79948E-27
78	3,15806E-12	3,23906E-28
80	1,51587E-12	5,83032E-29
82	7,27618E-13	1,04946E-29
84	3,49257E-13	1,88902E-30
86	1,67643E-13	3,40024E-31
88	8,04687E-14	6,12043E-32
90	3,8625E-14	1,10168E-32
92	1,854E-14	1,98302E-33
94	8,8992E-15	3,56944E-34
96	4,27161E-15	6,42499E-35
98	2,05038E-15	1,1565E-35
100	9,8418E-16	2,0817E-36
102	4,72406E-16	3,74705E-37
104	2,26755E-16	6,74469E-38
106	1,08842E-16	1,21404E-38
108	5,22444E-17	2,18528E-39
110	2,50773E-17	3,9335E-40
112	1,20371E-17	7,08031E-41
114	5,77781E-18	1,27446E-41
116	2,77335E-18	2,29402E-42
118	1,33121E-18	4,12924E-43
120	6,38979E-19	7,43262E-44
122	3,0671E-19	1,33787E-44
124	1,47221E-19	2,40817E-45
126	7,0666E-20	4,33471E-46
128	3,39197E-20	7,80247E-47
130	1,62815E-20	1,40445E-47
132	7,8151E-21	2,528E-48
134	3,75125E-21	4,5504E-49
136	1,8006E-21	8,19072E-50
138	8,64287E-22	1,47433E-50
140	4,14858E-22	2,65379E-51
142	1,99132E-22	4,77683E-52
144	9,55832E-23	8,59829E-53
146	4,588E-23	1,54769E-53
148	2,20224E-23	2,78585E-54

Pro wimbledonské rozložení typu 2 s parametrem p=0,9 platí:

Střední hodnota:	6,668
Rozptyl:	0,758
Směrodatná odchylka:	0,871
Modus:	6
Medián:	6
99-procentní kvantil:	9
99,9-procentní kvantil:	12

Pravděpodobnost $P_{>100}$, že délka setu přesáhne 100 gemů je pro p = 0,6, resp. p = 0,9 menší než 4.10^{-16}, resp. menší než 10^{-36}.

Případ 3

Předpokládejme, že v prvním gemu servíruje hráč A. Pravděpodobnost, že A zvítězí v gemu s lichým pořadovým číslem je p, kdežto v gemu se sudým pořadovým číslem je tato pravděpodobnost q. Funkci $\mathbf{C}(x, y)$ se zpravidla definuje jen pro ta přirozená čísla (nulu považujeme za přirozené číslo) x, y, kdy $x \geq y$. Pro zjednodušení vyjadřování pro $x < y$ položme $\mathbf{C}(x, y) = 0$.

Pravděpodobnost stavu 5:m (A vyhrál 5 gemů) pro liché m:

$$\sum_{i=0}^{m} \mathbf{C}((5+m)/2,i).\mathbf{C}((5+m)/2,m-i).p^{1,5m+2,5-2i}.q^{-0,5m+2,5+2i} \tag{3.1}$$

Pro sudé m pak pravděpodobnost stavu 5:m je

$$\sum_{i=0}^{m} \mathbf{C}((6+m)/2,i).\mathbf{C}((4+m)/2,m-i).p^{1,5m+3-2i}.q^{-0,5m+2+2i} \tag{3.2}$$

Pravděpodobnost, že set skončí vítězstvím hráče A s výsledkem 6:m, pro m = 0, 2, 4 tak je

$$q \sum_{i=0}^{m} \mathbf{C}((6+m)/2,i).\mathbf{C}((4+m)/2,m-i).p^{1,5m+3-2i}.q^{-0,5m+2+2i} =$$

$$= \sum_{i=0}^{m} \mathbf{C}((6+m)/2,i).\mathbf{C}((4+m)/2,m-i).p^{1,5m+3-2i}.q^{-0,5m+3+2i}\ , \tag{3.3}$$

pro $m = 1$ nebo 3 je

$$p \sum_{i=0}^{m} \mathbf{C}((5+m)/2,i).\mathbf{C}((5+m)/2,m-i).p^{1,5m+2,5-2i}.q^{-0,5m+2,5+2i} =$$

$$= \sum_{i=0}^{m} \mathbf{C}((5+m)/2,i).\mathbf{C}((5+m)/2,m-i).p^{1,5m+3,5-2i}.q^{-0,5m+2,5+2i}. \tag{3.4}$$

Pravděpodobnosti vítězství hráče B dostaneme záměnou p a q.

Z (3.1) plyne, že pravděpodobnost prodlužování je

$$\sum_{i=0}^{5} (\mathbf{C}(5,i))^2.p^{10-2i}.q^{2i} \tag{3.5}$$

Tato pravděpodobnost je *minimální* při $p = q = 0{,}5$, kdy případ 3 přechází v případ 1.

Rozepíšeme-li součty v (3.3) a (3.4), dostaneme (před značkou :, resp. za ní je počet gemů, jež vyhrál A, resp. B):

P(6:0) = P(0:6) = p^3q,

a tedy

$P_6 \quad = 2p^3q^3$

P(6:1) = 3 p^5q^2 + 3 p^3q^4,

P(1:6) = 3 p^4q^3 + 3 p^2q^5,

a tedy

$P_7 \quad = 3\,p^5q^2 + 3\,p^4q^3 + 3\,p^3q^4 + 3\,p^2q^5$

$P(6:2) = 3\,p^6q^2 + 12p^4q^4 + 6p^2q^6$,

$P(2:6) = 6\,p^6q^2 + 12p^4q^4 + 3p^2q^6$,

a tedy

$P_8 \quad = 9\,p^6q^2 + 24p^4q^4 + 9p^2q^6$

$P(6:3) = 4\,p^8q + 24p^6q^3 + 24p^4q^5 + 4p^2q^7$,

$P(3:6) = 4\,p^7q^2 + 24p^5q^4 + 24p^3q^6 + 4pq^8$,

$P_9 \quad = 4\,p^8q + 4\,p^7q^2 + 24p^6q^3 + 24p^5q^4 + 24p^4q^5 + 24p^3q^6 + 4p^2q^7 + 4pq^8$

$P(6:4) = p^9q + 20p^7q^3 + 60p^5q^5 + 40p^3q^7 + 5pq^9$,

$P(4:6) = 5p^9q + 40p^7q^3 + 60p^5q^5 + 20p^3q^7 + pq^9$,

a tedy

$P_{10} \quad = 6p^9q + 60p^7q^3 + 120p^5q^5 + 60p^3q^7 + 6pq^9$

Vztah (3.5) můžeme rozepsat obdobně, tedy pravděpodobnost prodlužování je

$$P_{prodl} = p^{10} + 25p^8q^2 + 100p^6q^4 + 100p^4q^6 + 25p^2q^8 + q^{10}$$

Za předpokladu, že se set prodlužuje, je pravděpodobnost prodlužování o $2k$ gemů, rovna

$$P_{prodl,2k} = (p^2 + q^2)^{k-1}.2pq \qquad (3.6)$$

(srov. (2.4)).

Wimbledonské pravděpodobnosti P_n pro případ 3 pro p=0,6, p=0,9 a p=0,95 vyjadřuje tabulka 3. Jak jsme již zmínili, pro p=0,5 přechází i případ 3 v případ 1. Charakteristiky rozložení pro tyto vybrané hodnoty jsou v tabulce 4. I zde uveďme pravděpodobnost $P_{>100}$, že délka setu přesáhne 100 gemů. Pro p = 0,6, 0,9 a 0,95 je to po řadě 2.10^{-14}, 5.10^{-5} a $6{,}5.10^{-3}$.

Závěr

Historie Wimbledonu je delší než 130 roků. V každém ročníku se hraje 127 mužských dvouher[1]. Tedy v historii soutěže bylo v mužských dvouhrách odehráno zhruba 17.10^3 zápasů. Některé zápasy jsou snadnou záležitostí vítěze. Pro jednoduchost tedy uvažujme, že zhruba v 10^4 můžeme aplikovat naše předpoklady o pravděpodobnosti výhry gemu.

[1] http://en.wikipedia.org/wiki/Wimbledon_Championships

Tabulka 3

	p=0,6	p=0,9	p=0,95
n	P_n	P_n	P_n
6	0,027648	0,001458	0,0002143
7	0,089856	0,019926	0,0061257
8	0,1600819	0,0494116	0,0166619
9	0,2212454	0,2056658	0,1419952
10	0,2494108	0,2618631	0,1943414
12	0,1208438	0,0831016	0,0608628
14	0,0628388	0,0681433	0,0550809
16	0,0326762	0,0558775	0,0498482
18	0,0169916	0,0458196	0,0451126
20	0,0088356	0,037572	0,0408269
22	0,0045945	0,0308091	0,0369484
24	0,0023892	0,0252634	0,0334383
26	0,0012424	0,020716	0,0302616
28	0,000646	0,0169871	0,0273868
30	0,0003359	0,0139295	0,024785
32	0,0001747	0,0114221	0,0224304
34	9,084E-05	0,0093662	0,0202996
36	4,724E-05	0,0076803	0,0183711
38	2,456E-05	0,0062978	0,0166258
40	1,277E-05	0,0051642	0,0150464
42	6,642E-06	0,0042346	0,013617
44	3,454E-06	0,0034724	0,0123234
46	1,796E-06	0,0028474	0,0111526
48	9,339E-07	0,0023348	0,0100931
50	4,856E-07	0,0019146	0,0091343
52	2,525E-07	0,00157	0,0082665
54	1,313E-07	0,0012874	0,0074812
56	6,828E-08	0,0010556	0,0067705
58	3,551E-08	0,0008656	0,0061273
60	1,846E-08	0,0007098	0,0055452
62	9,601E-09	0,000582	0,0050184
64	4,992E-09	0,0004773	0,0045417
66	2,596E-09	0,0003914	0,0041102
68	1,35E-09	0,0003209	0,0037197
70	7,02E-10	0,0002632	0,0033664
72	3,65E-10	0,0002158	0,0030466
74	1,898E-10	0,0001769	0,0027571

	p=0,6	p=0,9	p=0,95
n	P_n	P_n	P_n
76	9,87032E-11	0,000145095	0,0024952
78	5,13257E-11	0,000118978	0,0022582
80	2,66893E-11	9,75619E-05	0,0020436
82	1,38785E-11	8,00008E-05	0,0018495
84	7,2168E-12	6,56006E-05	0,0016738
86	3,75274E-12	5,37925E-05	0,0015148
88	1,95142E-12	4,41099E-05	0,0013709
90	1,01474E-12	3,61701E-05	0,0012406
92	5,27665E-13	2,96595E-05	0,0011228
94	2,74386E-13	2,43208E-05	0,0010161
96	1,42681E-13	1,9943E-05	0,0009196
98	7,41939E-14	1,63533E-05	0,0008322
100	3,85808E-14	1,34097E-05	0,0007532
102	2,0062E-14	1,09959E-05	0,0006816
104	1,04323E-14	9,01668E-06	0,0006169
106	5,42477E-15	7,39368E-06	0,0005583
108	2,82088E-15	6,06281E-06	0,0005052
110	1,46686E-15	4,97151E-06	0,0004572
112	7,62766E-16	4,07664E-06	0,0004138
114	3,96638E-16	3,34284E-06	0,0003745
116	2,06252E-16	2,74113E-06	0,0003389
118	1,07251E-16	2,24773E-06	0,0003067
120	5,57705E-17	1,84314E-06	0,0002776
122	2,90007E-17	1,51137E-06	0,0002512
124	1,50804E-17	1,23932E-06	0,0002273
126	7,84178E-18	1,01625E-06	0,0002057
128	4,07773E-18	8,33322E-07	0,0001862
130	2,12042E-18	6,83324E-07	0,0001685
132	1,10262E-18	5,60326E-07	0,0001525
134	5,73361E-19	4,59467E-07	0,000138
136	2,98148E-19	3,76763E-07	0,0001249
138	1,55037E-19	3,08946E-07	0,000113
140	8,06192E-20	2,53335E-07	0,0001023
142	4,1922E-20	2,07735E-07	9,258E-05
144	2,17994E-20	1,70343E-07	8,378E-05
146	1,13357E-20	1,39681E-07	7,582E-05
148	5,89456E-21	1,14538E-07	6,862E-05

Letos se hrál set se 138 gemy. To je důvod k údivu. Nejde konkrétně o hodnotu 138, nýbrž o skutečnost, že délka setu přesáhla 100 gemů. Za určitých zjednodušujících předpokladů jsme pro některé případy pravděpodobnost tohoto jevu uvedli. Uvážíme-li dlouhou historii wimbledonských zápasů, naskýtá se otázka, jak pravděpodobné je, že by se podobně dlouhý gem nikdy v této historii nevyskytl.

Tabulka 4

p	0,6	0,9	0,95
Střední hodnota	10,127	14,760	23,192
Rozptyl	8,740	81,677	351,643
Směrodatná odchylka	2,956	9,038	18,752
Medián	9	9,9	14,5
Modus	10	10	10
99-procentní kvantil	20	50	94
99,9-procentní kvantil	28	72	140

Pravděpodobnost $P_{>100,hist}$ toho, že by se v celé historii turnaje vyskytl set s gemem delším než 100 gemů, je $1-(1-P_{>100})^z$, kde z je počet sledovaných zápasů, uvažujme tedy z = 10 000. Při velmi malých hodnotách $P_{>100}$, s nimiž jsme se setkali v případech 1 a 2 a v případě 3 pro parametr p = 0,6 je $P_{>100,hist}$ sice o 4 dekadické řády větší než $P_{>100}$, nicméně zůstává stále zcela zanedbatelná, a tedy délka posledního setu v zápasu Isner - Mahut může oprávněně být vnímána jako něco skutečně senzačního. Pokud parametr p v případě 3 má hodnotu 0,9, resp. 0,95, je pravděpodobnost $P_{>100,hist}$ rovna přibližně 0,6, resp. je téměř 1.

Věnovali jsme se délkám setů za hodně zjednodušených předpokladů. V praxi důležitou roli hrají forma hráče, fyzická a psychická kondice, to jak na sebe "umějí zahrát" atd. A kondice (fyzická i psychická) se mění i během setu, v závislosti na únavě i na dalších faktorech. Případná kvantifikace těchto činitelů je velmi problematická. Nicméně i naše zjednodušené předpoklady určitou odpověď dávají. Vidíme, že pravděpodobnost délky prodlužovaného setu exponenciálně klesá. Pokles je pomalejší, jsou-li rozdíly v úrovni hráčů menší, a zvlášť výrazně může být zpomalen tam, kde servis výrazně zvyšuje pravděpodobnost vítězství v gemu.

Snad i naše zjednodušující předpoklady pomohou k lepšímu vnímání rekordní délky setu v letošním Wimbledonu.

Keywords: Rozložení pravděpodobnosti, wimbledonské rozložení, řídký jev.

RNDr. Jiří Nečas
Katedra matematiky
Vysoká škola ekonomická
Ekonomická 957
148 00 Praha 4